

Prénom :

Nom :

Contrôle N°1

Les documents et la calculatrice sont interdits.

1. Exercice 1

Résoudre l'équation différentielle :

$$y'(t) = 2y(t) \cos(t) + \cos(t), \quad y(0) = 1.$$

2. Exercice 2

Résoudre l'équation différentielle

$$ty'(t) - y(t) = t^3.$$

On vérifiera si il existe des solutions définies sur $\mathbb{R}$ tout entier.

3. Exercice 3

Résoudre l'équation différentielle :

$$-y''(t) + 8y'(t) - 16y(t) = 3.$$

4. Exercice 4

Résoudre l'équation différentielle

$$y''(t) - 2y'(t) + 5y(t) = 5 \cos(t).$$

5. Exercice Bonus

À ne faire que si vous avez fini les exercices précédents. Cet exercice ne retire pas de points et ne peut que en rajouter.

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction continue et bornée. On considère l'équation différentielle $y'(t) - y(t) = f(t)$ pour $t \in \mathbb{R}$. Existe-t-il des solutions de cette équation différentielle qui sont définies sur $\mathbb{R}$ tout entier et qui sont bornées sur $[0, +\infty[$?