

Prénom :

Nom :

Contrôle continu N°3

Les documents et la calculatrice sont interdits.

Question 1 : Résoudre l'équation différentielle $y'(t) + 2y(t) = t^2 e^{-2t}$.

Question 2 : On considère l'équation différentielle $y' = f(t, y)$. On suppose qu'il existe y_1 une solution définie sur $] -\infty, a[$, et y_2 une solution définie sur $]a, +\infty[$. Que signifie étudier le recollement pour ces deux solutions ?

Question 3 : On considère l'équation différentielle $y' = \frac{1}{t^2 + y^4 + 1}$. Justifier l'existence d'une solution maximale. Montrer ensuite que cette solution est en fait globale.

Question 4 : On considère l'équation différentielle $y''(t) + y'(t) + y(t) = 1$. Écrivez cette équation différentielle sous la forme d'un système différentiel $X'(t) = b(t, X(t))$ en précisant ce que sont X et b .

Question 5 : On considère l'équation différentielle $y'(t) = y^3(t)(1 + y^4(t))$. Montrer que 0 est une solution de cette équation différentielle. Soit y une solution maximale définie sur I . On suppose que $y(0) > 0$. Montrer que $y(t) > 0$ pour tout $t \in I$.

Question 6 : On considère l'équation différentielle $y'(t) = t^2 + y^2(t)$. Dessiner l'isocline de pente 1.

Question 7 : On considère l'équation différentielle $y'(t) = \sin(y(t))$. Montrer que la fonction constante $\pi/2$ est une barrière. On précisera si il s'agit d'une barrière inférieure ou supérieure.